

數學步道活動在數學教學之應用

曹雅玲^{1*}、陳鴻綸²

¹美國明尼蘇達州州立大學 數學與統計學系

²臺北縣立永和國民小學

壹、前言

荷蘭著名的數學教育家 Freudenthal 說：「數學是人的活動 (mathematics as a human activity)」(Marja, 1998)。數學應該是與每一個人的生活息息相關的，美國教育哲學家杜威有「教育即生活 (education is life)」的主張，我們可以說：「數學即生活 (mathematics is life)」。教育部所提出九年一貫課程綱要主要的精神為「以學生為主體」、「以生活經驗為中心」以及培養學生「帶得走」的基本能力，讓學生能夠透過從生活經驗中去尋找相關的線索，用一個有意義的主題連結幾個學科，將知識經驗化，加深學生學習的興趣並且激發學生更大的能力。「數學步道」就是符合學生的生活經驗，成為可供教師參考之教材(蔡寶桂，2000)。「校園數學步道」是利用校園內現有的環境資源，作為教學素材，透過具體的教學活動，配合教學活動單元，編寫適切的活動教材，以數學問題的發現和解決，作為數學生活化的一種教學方式。這種學習的真實感(Realistic)也就是 Freudenthal 所強調的 (Marja, 1998)，當老師帶著學生到教室外面走數學步道時，老師教學的習慣性制約就會鬆弛，加上老

師沒有黑板或白板可用，口頭的說明及學生的互動會因此增加，添加了數學的教與學之多樣性。由數學步道具體呈現出來的數學問題是很獨特的，在別的場合找不到這樣的題目；是選擇當地獨特的硬體造型，把其中與數學有關的題材變成數學問題，讓學生感到我們所身處的環境中充滿著與數學有關的題材 (黃敏晃，2005)。

本課程針對國小六年級數學領域教材，擷取其中四個單元進行圖形與空間之「量與實測」與「估算」，研發出獨具學校本位特色的數學步道教學活動設計，期望能經由對國小六年級學生施予數學步道教學活動，提升學生的數學學習成就，並將教室內的數學課程內容與周遭生活相互連結，以增進學生對數學的興趣，再由學生的解題歷程，作為未來老師教學的參考。

貳、文獻探討

世界上第一條數學步道是由澳洲布雷因博士所指導設計的墨爾本市公園數學步道，是一些有關地面上看得到的建築或設施的問題，它們都是要應用在學校學到的數學知識和技能，才能順利解題，提出合理的答案 (朱建正，1994，1998)。

數學步道是一種動態性的而非靜態

* 為本文通訊作者

性的學習活動，它不像學生靜坐在數學教室，透過紙和筆就可以完成的學習活動一樣，也不像學生只坐在電腦前就可以完成的活動一樣；當學生脫離以該步道所設計的學習活動的校園情境時，便會覺得缺乏情境背景而無法進行解題；舉例來說，如果數學步道上的一個學習活動是依據校園中的中廊的設備而設計出來的，那麼學生就必須步行到校園的中廊，否則，學生所進行的學習活動就不是在進行有數學步道的學習活動，而是一般的數學學習活動（王佩蓮，1995；林碧珍，2001；張怡貞，簡淑貞，1998；Winicky-Landman，1999）。蔡寶桂（2000）指出數學步道即利用校園內的環境，包含球場、樹、校門等設計成充滿創意及思考性的日常生活數學問題，使校園成為隨手可得的教學題材，並且使數學的學習脫離了呆板的數字和公式計算。所以數學步道並不是具體可見的「硬體」設施，而是「軟體」的節目。當我們順著規劃好的路線走時，可就其情境（常是該點的硬體）提出適當的數學問題，參與者（大部分是學生，或陪伴的家長）可透過個人的思考，和小組的討論，或者帶領老師的互動，來解決這一連串的數學問題（黃敏晃，2005）。

王佩蓮（1995）指出數學步道在教學方式上具有以下特點：

1、走出教室的教學：在現今的數學教學中，有四分之三以上的數學課在教室內舉行（朱建正，2000）。而數學步道是從校園中的資源，作為學習的起點，不

僅延伸了教學空間，也使學生能學以致用，並將課程與生活相結合。

- 2、經濟的戶外教學：校園中任何角落的教學，提供直接的經驗，不需任何費用，可以隨時進行簡易的戶外教學。
- 3、方便的地點：數學步道在設計上沒有固定的形式，而是由教學者依教學需求及校園環境加以設計，不必大費周章的尋找與探勘；此外，在路線上也因教學活動的不同需求而有所不同，並沒有固定的形式與路線。
- 4、有彈性的教學：數學步道的教學時數富有彈性，可隨機教學，長則可達 3 小時，短至 10 分鐘也可以設計出一個適合教學需要的數學步道。
- 5、安全的交通工具：學校的任何角落都適合提供學習場所，走路五至十分鐘既方便又安全。
- 6、配合各科教學：在數學步道中教學者注重學習情境的佈置，使教材生活化、並使教學活動化；教師的角色並非教導者，而是協助者，協助學生於校園環境中獲得與生活相關的能力，相信對各科的教學都有助益。
- 7、認識與關心校園：學生到校除了學習課本中的知識外，更應該注重理論與實務的配合，數學步道的取材以校園為主，將數學問題在校園環境中呈現，也使學生能將學校所學的知識應用到日常生活之中，而成為實用的知識（張怡貞、簡淑貞，1998）。
- 8、更愛學校：因為了解才有愛，將校園

中的自然或人造物質構造設計成學習活動，讓學生由觀察、討論而了解校園，相信將更愛護校園，對心靈提昇都有助益。

走數學步道對學生學習數學的最大幫助，大概在於其數學題目呈現的具體感覺。譬如說，1 公里、1 公頃這樣的量感，在數學課本中是很難感覺到的，但在數學步道中很容易得到（黃敏晃，2005）。因此，基於以上關於數學步道的理論，教師如果能藉由校園中的環境來作為師生「教」與「學」的中介，規劃出能引導學生發現問題並解決問題的數學步道，對學生在情境學習上將有所助益。

陳厚吉（2003）及吳姍蓉（2005）分別對國中一年級學生實施數學步道的教學實驗研究，提出數學步道的功能如表 2，其研究發現均能提升學生的數學學習成就與數學學習態度，使學生主動學習、應用理論於實際。所以數學步道在教學上確實是一種走出教室的教學，沒有固定的形式及路線，由教學者依需求及校園環境加以設計，並可以彈性的運用教學時數，使學生成為學習的主控者，符合開放教育的精神。

目前國內已有多所學校完成校園環境教學步道，以數學的問題發現與解決為步道內容的，亦不在少數，比如說：國內第一條數學步道的台灣大學、台北市河堤國小的「尋寶秘笈」、興雅國中的「瑪斯馬提克斯（mathematics）走廊」、臺北縣秀朗國小的「沒有圍牆的教室」、自強國小的

「自強校園巡禮」、宜蘭羅東國中的「挑戰阿基米德」、彰化縣和東國小「數學步道學習活動」、嘉義縣梅圳國小的數學學習步道等，都是讓老師與兒童透過討論、溝通，塑造境教，使兒童對身邊事物關心、注意，進而轉到生活所在的社區永續發展，相信對落實教育功能會有很大的幫助。

當教師決定以數學步道作為課程的教學活動後，可以依照不同形式及不同情境脈絡設計各種數學步道，大自然中及人類改造過的居住環境中，充滿了與數學有關的材料，因此找到材料不成問題，找到好的材料才是需要講究的（黃敏晃，2005）。數學步道的設計與實施，可依以下幾點原則（校本資優課程教師培訓教材套：數學教育，2003）：

- 1、數學步道的設計應依環境的特性結合數學教學的目標以設計活動。
- 2、數學步道的設計不應只有活動單的設計，應包含活動說明、活動內容及學習者的想法與作法的記錄等部分來設計活動。
- 3、數學步道的設計中的活動說明應闡示學習者應具有的能力、可能的解題策略和教學應注意的事項，以利學習活動的進行。
- 4、數學步道的設計中的每個單元，可包含不同類別的活動，如計算與非計算等。如此，可使活動的進行更多元化、更生動活潑，避免枯燥乏味，甚至可和遊戲互相結合。
- 5、數學步道的設計應配合課本教學目標

的進度，使學生將課本和生活結合。

- 6、數學步道的設計可配合天候、時間，針對每一個環境作不同的教學設計。
- 7、數學步道的實施中，學生的解題策略應經過分組的共同討論，進行腦力激盪及分析判斷，而非個人認知所論定。
- 8、數學步道的實施中，學生的解題策略可行或不可行，教師可藉由學生的發表，開發其思維的盲點，而使其豁然開朗。
- 9、數學步道的實施中，同年齡的學生仍有差異，同一活動在不同學習者的進行中，仍需配合該學習者的數學概念及認知發展。
- 10、數學步道的實施中，應視單元的內容和環境的特性，配合天候、時間來進行。

參、數學步道教學活動設計

有關本數學步道教學活動的設計理念、內容以及進行方式之介紹，詳細說明如下：

一、數學步道教學活動的設計理念

基於數學步道在現今校園及社區中不斷的深根發展，在學校教學中扮演著活化數學的角色，因此研究者自行設計了數學步道教學活動，係統整研究者任教之六年級所採用的翰林版國小數學領域課程中，在「數與量」與「幾何」兩大主題相關教材，與日常生活的經驗相互「連結」，協助學生將數學學習集中在問題概念性的解決與理解，並能多元化的採用解題策略，引導學童將具體的表徵轉化成抽象思維的概念。

整個數學步道教學活動分成八個站，涵括四個課題單元：「立體圖形的面」、「大的測量單位」、「圓周長」和「圓面積」，期望讓學生藉由數學步道教學活動的實施真正達到有意義的學習，及數學生活化的成效。其編製原則為：

1、統整國小數學課程中「量與實測」與「圖形與空間」的教材

研究者依據數學步道的基本理念，將教學活動的教材設計著重於「量與實測」與「圖形與空間」上，由於學生在傳統教學的過程中，普遍缺乏實地操作、親身演練的經驗，尤以大數目的數與量教材，更是無法將抽象的文字敘述和圖像表徵與真實的情境做連結，導致解題時選擇猜測答案。

以「大的測量單位」做說明，詹婉華（2005）曾就一位老師在數學課中上到「以一立方公尺為單位來量體積，然而一立方公尺到底有多大呢？」時，帶領學生實際製作一立方公尺的空間，讓學生實際體會一立方公尺到底有多大。

在製作一立方公尺模型後，學生對於物體大小的估測比較正確了，也對一立方公分與一立方公尺的差距覺得相當驚訝！小的測量單位在日常生活中隨處可見，但大的測量單位在學生的認知中就不易確立，透過實際操作的方式，讓學生親身感受大的測量單位的實際感覺。

此外，學童不清楚「圓周率」的概念，無法將教材中有關直徑、圓周率與圓周長的關係理解，活化於解題的情境中，導致解相關題型時：圓周長多少？或是半徑多

少？選擇猜測、或空白。關於「圓面積」的問題上更為挫敗，學童不但無法了解圓面積指的是圓形內所有平面的區域大小，還會將圓面積與周長的概念搞混，有些學童遇到正方形與圓形、長方形與圓形等複合形狀的問題類型時，也是空白不作、或是將 3.14 與直徑、半徑等關係作錯誤的連結，導致解題失敗。

基於前述「量與實測」與「圖形與空間」兩大領域的數學學習狀況分析，研究者將根據以往學生學習的迷思概念，利用「量與實測」與「估算」等方法，設計包含教材內容與提升解題能力的數學步道教學活動，兼顧相關概念在「數、量、形」三領域的學習，實際去解決學生的學習問題。

2、透過具體的數學步道教學活動的引導 學生建構並強化概念

九年一貫數學課程強調教育應提供學生做有意義及有效率學習的機會，使學生能學好重要的核心數學題材，因為這些重要的數學概念和精熟的演算能力，是九年一貫所強調「帶著走」的能力。啟發學生自行在不同數學概念之間做連結，將數學運用在日常生活中，學習欣賞數學、從而發展探究數學以及與數學相關學科的興趣（教育部，2003）。研究者以兒童解決數學問題的具體活動為素材，引導兒童經由操作、具體表徵的方式進行解題，從具體活動中提升抽象的運思能力。

二、數學步道教學活動的內容

本教學活動依據教育部九年一貫數學課程綱要（2003），整合國小六年級課程

中「立體圖形的面」、「大的測量單位」、「圓周長」和「圓面積」四個單元的數學知識結構，設計了八個教學活動，茲將教學活動之教學目標與活動方式分述如下：

1. 第一站【攀岩高手】：

教學目標	1.由實地觀察，能發覺不同形狀的立體圖形，並給予命名。 2.提出立體圖形中面之垂直與平行之性質。
活動方式	觀察校園中的攀岩區，畫出不同形狀的立體圖形，並給予命名，再根據垂直與平行的性質，找出互相垂直與平行的面。

2.第二站【自圓其說】：

教學目標	從觀察與操作中，理解圓柱體的體積求法，並能將立方公分與立方公尺、公秉與公升進行單位轉換。
活動方式	對校園中圓柱形樓梯進行體積估算，並對教室中的桶裝飲用水進行實測，再對水塔進行容積估算。

3.第三站【傾城傾國】：

教學目標	了解生活中使用公頃、公畝的情況，並能進行公頃、公畝與平方公尺的化聚及加減乘除的問題。
活動方式	利用媒體查詢學校面積，再實地測量校園中一個籃球場、一格汽車停車格及一格機車停車格的面積分別有多少？分別與整個校園做面積的比較。

4.第四站【資源回收】:

教學目標	從情境中了解生活中使用公噸的機會，並能做公噸與公克的化聚，以公噸為單位做加減乘除的問題。
活動方式	實地測量資源回收站中垃圾子母車的體積，轉換成垃圾子母車可以裝多少公噸的水。

5.第五站【呼拉呼拉】:

教學目標	從實測、操作中理解圓周長的求法，知道生活中的圓周長，並利用公式從圓周長求直徑、半徑。
活動方式	使用不同方式測量出一個呼拉圈的圓周長，利用圓周長及圓周率求取呼拉圈的直徑與半徑；再利用測量工具測量出自己的腰圍，並與呼拉圈的圓周長做比較。

6.第六站【花好月圓】:

教學目標	能利用圓的性質找尋圓形的圓心及半徑，並求出圓周長。
活動方式	實地測量校園中圓形花園，找出花園的圓心及半徑，求出花園的圓周長。

7.第七站【致命罰球】:

教學目標	1.能利用圓周長求扇形的弧長及周長，並求出複合圖形的周長。 2.能理解圓面積公式，用圓面積求得扇形面積，並算出複合圖形的面積。
活動方式	1.測量籃球場罰球區域的周長 2.測量籃球場罰球區域的面積。

8.第八站【至善至美】:

教學目標	1.能用工具畫出圓及扇形的複合圖形。 2.能用公式計算出扇形面積及周長，並求得複合圖形的面積及周長。
活動方式	用工具畫出地板磁磚上圓弧形花紋，並測量包圍區域的周長及面積。

本課程所設計的數學步道主要以情境學習理論為主軸，規劃多點式的數學步道。各單元在教室進行課程教學，使學生了解單元內容後，依據該單元課程內容、教學目標，於校園環境中尋找出適合的教學素材，加以設計教學活動。表 1 為數學步道教學單元與解題策略表現之雙向細目表，表 2 為研究者進行之教學單元與應用到的校園環境素材（教學活動內容詳如附錄一）。

三、數學步道教學活動的進行方式

數學步道教學活動進行方式先依數學成就成績對全班做異質性分組，進行小組實作與討論。教學活動進行期間，由各小組練習與活動相關的學習單，教學活動進行後，書寫數學日記以記錄當日進行數學步道教學活動的收穫及感想。最理想的學習活動是學生能主動參與，能親身經歷挑戰，所以能提供一個具有結構組織的學習活動，最輕鬆、最有效的學習方式，如此的學習才是真正能有效的提供學生獲得成就的教學。

表 1、數學步道教學單元與解題策略表現之雙向細目表

	瞭解問題	擬定與實施計畫	回顧解答
立體圖形的面	1.了解立體圖形的性質 2.了解立體圖形的面 3.了解垂直的意義 4.了解平行的意義 5.了解柱體體積求法 6.了解單位間的化聚	1.依照面的個數及性質正確分類及命名 2.檢測垂直 3.檢測平行 4.進行實測與估測 5.進行正確的單位化聚	1.檢視合理性 2.用其他方法驗證 3.能與同學針對題意、作法、策略討論及分享
大的測量單位	1.了解公乘的意義 2.了解公頃、公畝意義 3.了解公噸的意義 4.了解單位間的化聚	1.運用比例估測容量 2.正確查詢資料 3.進行實測與估測 4.進行正確計算 5.進行正確的單位化聚	1.檢視合理性 2.用其他方法驗證 3.能與同學針對題意、作法、策略討論及分享
圓周長	1.了解圓周率 2.了解半徑、直徑、圓周率與圓周長的關係 3.了解複合圖形的周長 4.了解扇形的性質	1.使用適當方法測量圓周長 2.進行正確計算 3.正確求得直徑與半徑 4.正確求得扇形的弧長 5.正確求得複合圖形的周長	1.檢視合理性 2.用其他方法驗證 3.能與同學針對題意、作法、策略討論及分享
圓面積	1.了解圓周率 2.了解半徑、直徑、圓周率與圓面積的關係 3.了解複合圖形的面積	1.使用適當方法實測 2.進行正確計算 3.正確求得圓面積 4.正確求得複合圖形的面積 5.正確畫出圓弧及扇形	1.檢視合理性 2.用其他方法驗證 3.能與同學針對題意、作法、策略討論及分享

表 2、數學步道進行之教學單元、活動名稱與校園環境素材

教學單元	活動名稱	所應用到的校園環境素材
立體圖形的面	1.攀岩高手	攀岩區
	2.自圓其說	大樓圓柱形樓梯、桶裝飲用水、水塔
大的測量單位	3.頃城頃國	校園面積、籃球場、汽車停車格、機車停車格
	4.資源回收	資源回收站垃圾子母車
圓周長	5.呼啦呼啦	呼拉圈
	6.花好月圓	花圃
圓面積	7.致命罰球	籃球場
	8.至善至美	地板磁磚

數學步道教學活動的教學歷程，是將課室中的傳統數學課程講述教學方式，轉化成戶外的數學步道教學活動，必須有周密的構想，教學當中會遇到的什麼問題？要如何處置？都是教學前、教學中與教學後必須要重視的，以下提出在教學活動中應注意之事項如下。

1、瞭解學生程度，多參考相關資料

一般每次的教學目標最好選擇課程單元重要的二至三個為主，教學目標擬定後，利用教室附近及校園內可供利用的教學環境及資源，參考既有的數學步道（如台大校園數學步道、興雅國中瑪斯馬提克斯走廊、中正紀念堂數學步道等），設計具有創意的教學活動。設計過程中，特別考慮以學生的能力為起點行為，設計趣味性、競賽性的活動。選擇幾個適合的單元設計後，再進行教學，學生會覺得這些教學是有用的，在遊戲過程中，學生也會覺得有趣而主動學習，低成就的學生也會覺得自己所學不足，無法在遊戲中用來解決困難而主動要求教師幫助，這種主動學習，直到終於學會的成就感是數學步道教學活動的效用之一。另外，學生進行「估測」時會拿直尺去測量，顯見學生對「估測」的意義並不了解，因此老師應在活動進行前與學生做好良好的溝通，以免產生不必要的困擾。

2、謹慎選擇地點場景

設計教學活動之初，應實地勘查，挑選多個地點（包括大樓、球場或花園

等）作為發展教學活動的基礎，構思主要的數學概念與問題，延伸出相關的教學活動。例如在實施圓概念發展時，所選擇的場景具體物可能不是正圓，學生在實際操作的時候可能會有所誤差，這是老師在教學現場中應特別向學生澄清說明的。

3、教學活動應留意學生安全

「數學步道教學活動」大部分都是在戶外進行，因此學生的常規更形重要，老師應事前和學生約法三章，在進行教學活動的同時，也一併實施生活教育，以其與學生培養良好的默契，進而提升學生學習數學的品質。

4、教學活動應環環相扣

為了提高學生的學習興趣，在整個教學歷程中，必須不斷的將教學活動融入生活、符合課程目標，若能適時的配合不同的數學概念作做整合型的教學，其效果是比單一概念的教學效果來得好，如此不但讓學生自然而然的感受數學的關聯性，亦能融會多種概念。

5、配合競賽或獎賞，讓學生提升學習興趣

在教學中，可以設計一些競賽活動或獎賞鼓勵，讓學生透過正向回饋中提升學習興趣，也能從競賽活動中學習到較抽象的概念。國小階段學習的特質是要用五官觀察，重視操作性的學習，而學生們都喜歡在競賽中接受評量。

肆、數學步道實施的教學檢討與省思

本研究對象教學對象為共同研究者陳老師所任教之台北縣永和市一所大型國小六年級一個班級學生 35 人，其中男生 20 人，女生 15 人。研究者依參與學生六年級上學期數學學期成績對全班 35 人做異質性分組，共分為五組，每組七人，皆參與數學步道的教學活動。由於篇幅關係在此僅以部分活動教學加以說明討論。

一、課程設計

為了讓題目具有挑戰性，研究者最初在設計學習單時，傾向設計難度較高的非例行性試題，例如第一站【攀岩高手】中的攀岩區高度將近一層樓的高度，雖然是可攀爬的攀岩區，但是對國小六年級學生而言，仍是具有危險性的。

又如第二站【自圓其說】，更將要「估測」的目標物設定為五層樓高的大樓，在實際施測時發現僅有少數的學生能思考不同的解題方法並實際操作或採用不同估測方法以尋求答案；有些合作的組別，就算能力差的學生依然能從中協助，以瞭解題目的含義與作法，但有些組別中，能力較差或較不合作的學生就從中搗蛋、玩樂或無所事事。雖然這個活動相當的生活化，讓學生從周圍來觀察並測量，但畢竟國小六年級的學生能力有限，無法讓大部分的學生融入此活動中。

小組合作解題的效率，除了有賴於小組成員的互相溝通，每個組員還要有

共同合作的技巧，在此階段中，將題目的難度設計成符合大多數學生的程度，主要的目的是為了避免活動只落入少數的學生操作並非全體參與活動。例如在第一站【攀岩高手】中，要求學生測量兩、三公尺高的攀岩場高度，學生的解決問題方式為：(S :代表學生，數字:代表學生座號)

s24:「請同組的一位同學爬上去，把捲尺往下丟，然後再請同一組的其他同學幫忙壓住，再看捲尺的刻度就知道攀岩場的高度，不會因身高而有所限制。」

而在第二站【自圓其說】中，對於測量一棟五層樓的高度，學生普遍的解決方式為：

s18:「這一棟大樓有 119 個階梯，每階 17 公分，兩個數相乘後再加上五樓到六樓的高度，就是這一棟大樓的高度了。」

s22:「有同學從二樓放下捲尺，量出一層樓的高度，再乘以五，就是全部的高度了。」

s33:「先請同學上五樓，再把數個布尺連接起來，請一個同學在一樓等，然後把布尺慢慢放下去，等到一樓的同學接到布尺，觀察布尺上的刻度，就能量出五層樓的高度了。」

還有學生採用「估測」的方式來測量：

s25:「一層樓的高度大約是身高的兩倍，五層樓就是身高的十倍。」

s26:「可以用以前測量月亮高度的方

法，用兩個拳頭握拳一直疊上去。」

s32：「在地面上用手指眯眼睛目測，五層樓大概有 6.5 節手指寬，每一節的寬度實際測量出的高度約為 160 公分，兩個數相乘就可以算出大樓的高度了。」



圖 1、數學步道第一站「攀岩高手」實際測量照片

諸如以上這些的方法，皆是能讓全組同學腦力激盪、分工合作，完成解題的教材設計與合作測量方法。

二、活動時間掌握的問題

本研究的規劃即是讓學生「學中做、做中學」，但學生「做」的時間太長，以致影響到下一堂課的時間，而爲了要確定學生能獲得此概念，討論的時間又無法縮減太多，以致於影響接下來的課程。因此「進度」仍是一大問題，是此項教學活動最大的困擾！

三、學生發表、溝通的問題

爲了促進學生與學生、學生與教師之間的互動，討論仍是以小組爲單位，討論採取怎麼樣的策略以解決問題，是否遇到什麼困境，或是有什麼樣的好方法要與大家分享。但是最初幾次活動中，能主動提出問題解決方式的學生仍是少數，在學習單的填寫中發現，有些學生表達適切，但有些學生僅是簡要的將算式說明，並不能將算式過程的意義詳加描述，其餘大多數的學生大多言不及義或草率了事。這樣的討論模式並不能帶動全班的參與，其原因很可能是學生還不習慣或是不會將心中所想的適切表達，這可能需要練習。這樣的教學方式對學生而言是新穎的，學生並不習慣於討論與發言，因此研究者對於分組活動表現佳的組別，以及踴躍於表達自己意見的同學，除了口頭鼓勵外，另外也在學校的獎勵卡上蓋章，用以激勵學生的表現，增加學生發表之自信心。例如在第五站【呼拉呼拉】中，要求學生測量一個呼拉圈的周長（不知道圓心），學生的發言則相當踴躍，新奇少見的方法不在少數，都獲得立即的獎勵：

s24：「在呼拉圈上塗上顏色，印在紙上，然後把紙對折再對折，再打開找出圓心，然後再量直徑和半徑，再算出周長。」

s27：「用一張大白紙一直摺，摺到不能再摺了，最後把紙張打開，最裡面的那個點就是圓心。」

s30：「拿兩個大的三角板或木板，放

在呼拉圈的兩旁，下面放一把長尺，量出它的直徑和半徑，就可以求出圓周了。」

s33：「找到一塊沙地，然後在呼拉圈上綁一個繩子，把那個繩子當作起點，開始在沙地上滾，滾到那個繩子之後就停下來，再去測量長度就是圓周長。」

此教學流程的確減少了教師講課的時間，而大部分的時間放手讓學生在課室外、校園中以觀察和實測等方式，及同儕間的共同討論來試圖解決問題，這樣的教學活動很快地就受到學生的歡迎；在實施教學活動的初期，發現學生開始期待數學課的來臨，甚至有些學生還會主動向老師表達：

s2：「老師，什麼時候還要上數學課呀！」

s6：「透過這幾次的數學步道學習單，讓我更加的體會數學的有趣及奧妙。」

s16：「我把這數學步道看成是戶外教學，我希望以後國中時也能有這樣的教學法。」

s25：「雖然有時會覺得數學步道很麻煩，但是仔細去看的話，就會發現其中藏了許多奧秘，它告訴我們數學不是答案最重要，而是做法過程比較重要。」

s27：「希望老師能再帶我們到戶外去上數學課，不要一直在教室上課本的內容。」

s29：「老師，我很喜歡你這樣子上數學課！」

s35：「這個數學步道可以給更多的班

級寫寫看，因為給不同的人寫就會有更多不同的想法和算法，也可以把其他人的想法和算法跟同學們分享，也可以讓全六年級的在校生的數學概念加深，也可以讓人覺得數學更有趣、更簡單。」

由此可見參與的學生對數學的學習意願有提升的跡象。研究者發現學生對於不同的教學方式普遍產生濃厚的興趣，覺得傳統的課室教學是煩悶的、無趣的，對於實施數學步道教學活動感到新奇，學生描述「數學步道」是：

s21：「到戶外去解開一連串的數學題目，再將方法和算法寫下來，和同學一起討論，並把答案寫下來完成一份數學題材的學習單，也可以增進友誼」

s22：「數學步道是一種可以隨意發揮自己想法的活動，可以不用公式就可算出答案，它的題目範圍廣大，需要動動腦才能完成的，蠻好玩的。」

s25：「有關數學的題目，要我們親自去測量，然後算出答案，讓我們覺得比較新奇、有趣，不會那麼無聊，可以在戶外上課，比較不會悶悶的。」

伍、結論

數學步道教學活動內容符合教學目標，達到「做中學，學中做」、「數學生活化、生活數學化」的目的，與日常生活相結合。數學步道教學活動能有效的進行全班討論，分享數學概念，並提供

學生實際運思的機會，讓學生驗證及練習在正式課堂上所學的知識和技能，檢視自己所學的純熟和正確性，作為學習回饋最佳的工具（林月芳，2002）。九年一貫課程編列了 20% 的空白課程供彈性運用，也象徵著老師本身應具備編製教材的能力。因此，教師必須提升設計課程活動之能力，才能設計出九年一貫課程數學領域強調的「數學生活化」、「生活數學化」，強調數學與生活的連結課程之內容。「數學步道教學活動」的推廣與實施有賴全體教育工作者的投入研究，學校可將「數學步道教學活動」編入年度課程計畫中，配合學校願景及校本課程，全面實施於高、中、低年級，使學生在學習數學過程中耳濡目染，不再將數學視為最恐懼的科目。

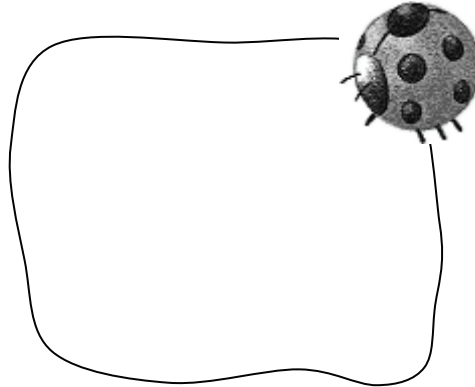
參考文獻

- 王佩蓮（1995）：**環保生活與校園環境步道**。台北市立師範學院環境教育中心。
- 朱建正（1994）：**臺大數學步道（下）兒童的雜誌**，89 期，86-93。
- 朱建正（1998）：**數學步道。兒童的雜誌**，144 期，88-91。
- 朱建正（2000）：**數學的教學環境與媒體**。**翰林文教雜誌**，10，29-31。
- 吳始蓉（2005）：**行動學習環境下的數學步道及互動解題討論系統之建置與應用**。國立臺灣師範大學工業科技教育學系碩士論文。
- 李美穗（無日期）：**臺北縣九十三學年度國民小學「學生數學學習成就測驗」說明**。台北縣政府教育局網站。2006 年 1 月 12 日，取自：http://src.tpc.edu.tw/iservice/site3/files/Test_M/相關文件/93 學年
- 國小數學檢測說明.doc
- 林月芳（2002）：**數學步道發現之旅**。**國教天地**，150 期，54-60。
- 林碧珍（2001）：**以「數學步道」的設計協助職前教師發展數學連結的能力**。**國教世紀**，198 期，15-26。
- 校本資優課程教師培訓教材套：**數學教育，理論篇（台灣經驗）**（2003）。香港教育統籌局課程發展處網頁。2006 年 1 月 31 日，取自：http://prod1.e1.com.hk/education5/Maths_TTP/pii.htm
- 張怡貞、簡淑貞（1998）：**校園數學步道在啟蒙數學教育上的應用**。**教育研究**，64 期，10-24。
- 教育部（2003）：**國民中小學九年一貫課程綱要**。台北，教育部。
- 莊麗嬌（無日期）：**生活化國中幾何教材—以三角形為例**。南 e 網南一版國中教學快訊九年一貫課程特刊。2005 年 11 月 6 日，取自：http://www.nani.com.tw/big5/content/2004-07/27/content_15062.htm
- 陳厚吉（2003）：**數學步道對國中生數學學習的成效研究**。國立高雄師範大學碩士論文。
- 黃敏晃（2005）：**漫談數學步道**。大中至正，第四期，8-14。
- 詹婉華（2005）：**一位國小教師在數學教學的轉變**。**台灣數學教師電子期刊**，第四期，2-15。
- 蔡寶桂（2000）：**透過 WEB-BBS 進行數學步道之溝通、解題**。**竹縣文教**，22 期，6-11。
- Krulik, S. & Rudnick, J.A. (1983). Strategy game and problem solving—an instructional pair whose time has come! *The Arithmetic Teacher*, 83 (12), p26-28.
- Marja van den Heuvel-Panhuizen. (1998). *Realistic Mathematics Education work in progress. The NORMA-lecture held in Kristiansand, Norway.*
- Winicky-Landman, G. (1999). *Assignments for Mathematical Tour of Haifa. Technion/Israel.*

附錄：數學步道教學活動

第一站 攀岩高手

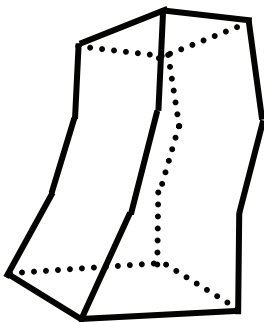
噹！噹！噹！下課了，柯男和英木兩位小朋友一聽到下課鐘聲就衝到攀岩區玩耍，這個攀岩區是由好多不同的立體形狀所堆疊而成，請你幫柯男和英木畫出這些立體圖形，並在圖形旁邊寫下它的名稱！



检查一下標示出的 12 個面，有哪幾組的面是互相垂直的？有哪幾組的面是互相平行的？

垂直的有：【例如 (a,b)】

平行的有：

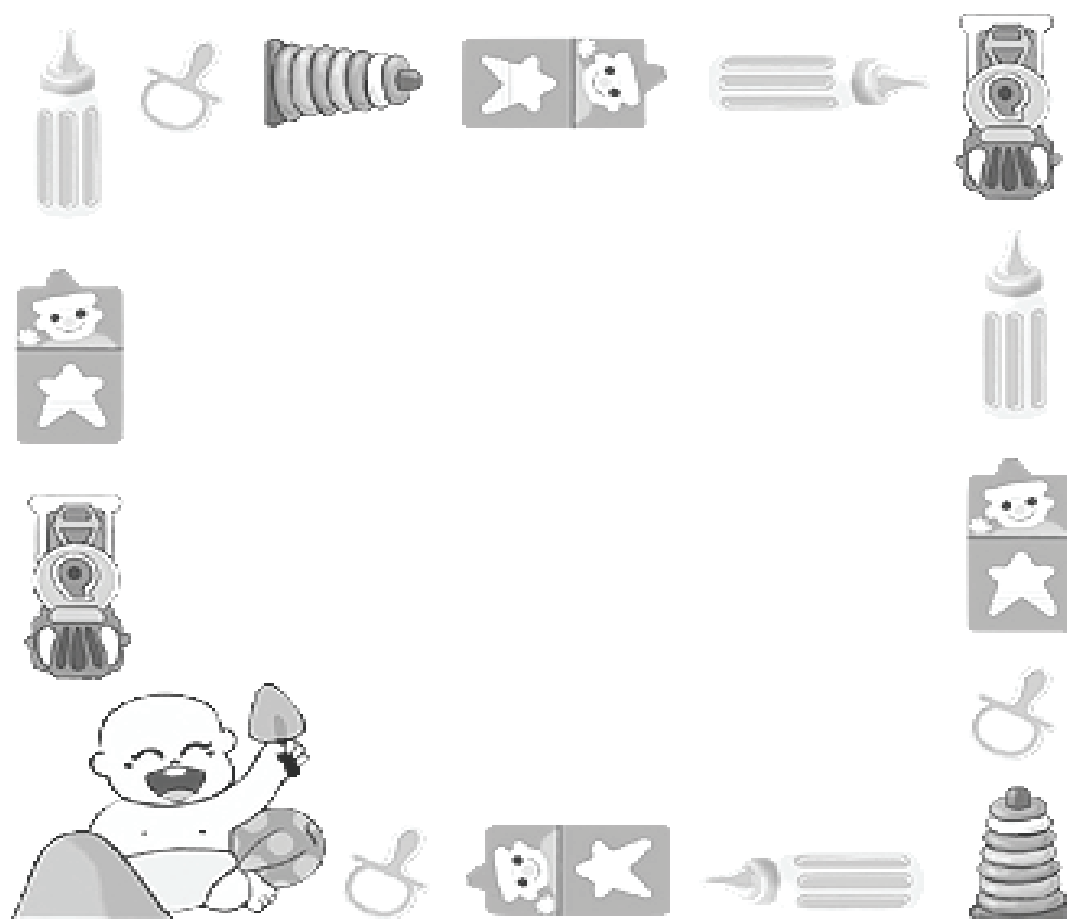
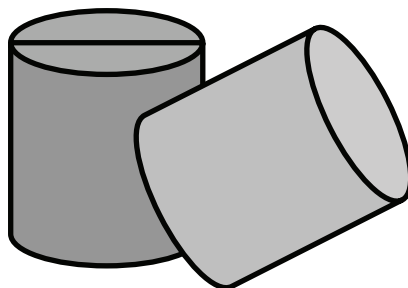


如果我們把攀岩區視為一個六面體，左圖為其透視圖，你能把這個攀岩區的展開圖畫出來嗎？並分別測量各邊的長度，算一算他的表面積共有多少平方公尺？（包含上、下底面）

第二站 自圓其說



柯男在仁愛樓上、下樓都要轉圈圈，因為它有一個很特別的圓柱樓梯，竟然比旁邊的椰子樹還要高呢！從操場上看過去，好像是一個圓形的柱體被切成一半，聰明的你，知道這個一半的圓柱體大約占有多大的體積嗎？把你的方法寫下來！



好不容易爬上一圈一圈的樓梯，進到教室裡面，班上有一桶一桶的飲用水，老師告訴我們，樓頂上的大水塔剛好可以倒進 44 桶飲用水，手腳靈活的柯男，馬上動手測量，一桶飲用水有多少公升的容量？再算算看，一個大水塔又有多少公秉的容量？



第五站 呼拉呼拉

上完體育課，英木將籃球送到體育器材室歸還，他發現在門口堆放了好多個呼拉圈，他拿起一個「呼啦!呼啦」的搖起來，一旁的柯男看到不禁問英木說：「呼拉圈的半徑到底是多少呢？」

你是不是也拿起一個呼拉圈來計算一下周長，並且算算呼拉圈的直徑與半徑各是多少？



我還知道自己的腰圍是【 】公分，所以一個呼拉圈的圓周長是我的腰圍的【 】倍。

第七站 致命罰球

每天我們期待的體育課又到了，籃球場上兩隊正使出渾身解數，誓言贏得最後的勝利，英本站在罰球線上準備投出關鍵的一球。。。在一旁觀看的柯男，卻是在思考整個罰球區域（白色實線所圍區域）的面積及周長到底有多少？你能幫忙找出答案嗎？

